



# Operační program Vzdělávání pro konkurenceschopnost III/2 ICT INOVACE

## **Matematika 1. ročník**

### **Lineární funkce, rovnice a nerovnice**

Datum vytvoření: říjen 2012

Třída: 1. A, 2. C

Autor: PaedDr. Jan Wild

Klíčová slova:

- ✓ lineární funkce
- ✓ lineární rovnice
- ✓ lineární nerovnice



## Anotace

Sada obsahuje dvacet DUMů tematicky zaměřených na využití počítačových aplikací k výuce a studiu lineárních funkcí a tím je zaměřena zejména na kompetence k řešení problémů, kompetence k práci s prostředky informačních a komunikačních technologií a kompetence k matematickým aplikacím.

Cíle této sady lze shrnout zejména na následující oblasti: žák zná počítačové aplikace pro řešení matematických úloh a umí tyto aplikace s návodem využít pro řešení matematických úloh, které umí řešit klasickým způsobem.



## Obsah

1	Předpis a hodnoty lineární funkce .....	
2	Cvičení na předpis a hodnoty lineární funkce .....	
3	Graf lineární funkce .....	
4	Graf lineární funkce v tabulkovém procesoru Microsoft Excel™ .....	
5	Graf lineární funkce v programu Microsoft Mathematics™ .....	
6	Graf lineární funkce v programu SpaceTime™ .....	
7	Graf lineární funkce v programu GeoGebra™ .....	1
8	Graf lineární funkce v programu Wolfram Mathematica™ .....	1
9	Vliv koeficientu $a$ na graf lineární funkce .....	1
10	Vliv koeficientu $b$ na graf lineární funkce .....	1
11	Lineární rovnice .....	1
12	Řešení lineární rovnice v aplikaci Microsoft Mathematics .....	1
13	Řešení lineární rovnice v aplikaci SpaceTime .....	1
14	Lineární nerovnice .....	1
15	Řešení lineární nerovnice v aplikaci Microsoft Mathematics .....	1
16	Souvislost mezi lineární funkcí, rovnicí a nerovnicí .....	1
17	Řešení lineární rovnice a nerovnice v aplikaci Microsoft Mathematics .....	2
18	Grafické řešení soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých .....	2
19	Řešení soustavy rovnic v aplikaci Microsoft Mathematics .....	2
20	Řešení soustavy rovnic v aplikaci GeoGebra .....	2



## 1 Předpis a hodnoty lineární funkce



Pochopení pojmů předpis lineární funkce, koeficienty lineární funkce, nezávisle proměnná a závisle proměnná lineární funkce.

### Předpis lineární funkce

Předpis lineární funkce je  $f: y = ax + b; x \in \mathbb{R}$ , kde  $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$  jsou koeficienty lineární funkce.

V souvislosti s předpisem lineární funkce je potřeba zvládnout dvě úlohy:

- 1) Určete koeficienty  $a, b$  v předpisu lineární funkce.
- 2) Napište předpis lineární funkce, jestliže jsou dány její koeficienty  $a, b$ .



### Příklady na předpis lineární funkce

ad 1) V předpisu lineární funkce je  $f: y = 2x + 3$  jsou koeficienty  $a = 2; b = 3$ .

ad 2) Předpis lineární funkce s koeficienty  $a = 3; b = -2$  je  $f: y = 3x - 2$ .



Jaká je hodnota koeficientu  $a$  v předpisech  $y = x + 1$  a  $y = -x + 2$ , když u proměnné  $x$  „žádné číslo“ není?

### Hodnoty lineární funkce

Je-li zadán předpis lineární funkce  $f: y = ax + b$ , můžeme ke každému zvolenému číslu  $x$  jednoznačně přiřadit (vypočítat) číslo  $y$ . Proměnnou  $x$  nazýváme nezávisle proměnná, protože její hodnoty volíme sami. Proměnnou  $y$  nazýváme závisle proměnnou, protože její hodnoty jsou výsledkem jednoznačného výpočtu po dosazení hodnot závisle proměnné  $x$ .

### Příklad na hodnoty lineární funkce



V příkladu lineární funkce  $f: y = 2x + 3$  dostaneme pro zvolenou hodnotu  $x = 1$  vypočítanou hodnotu  $y = 2 \cdot 1 + 3 = 5$ .



Výsledek minulého příkladu můžeme matematicky zapsat různými způsoby:

$f: 1 \rightarrow 5$  - číslu 1 přiřadíme číslo 5,

$f(1) = 5$  - funkční hodnota pro číslo 1 je 5,

$y(1) = 5$  -  $y$ -ová hodnota pro číslo 1 je 5 a

$[1; 5] \in f$  - uspořádaná dvojice čísel 1 a 5 je prvkem funkce  $f$ .



## Tabulka hodnot lineární funkce

Nejpřehlednější způsob zápisu hodnot každé funkce je tabulka, platí i pro lineární funkci. Do prvního řádku zapisujeme „zvolená“ čísla  $x$  a do druhého řádku „vypočítané“ hodnoty  $y$ .



Doplňte tabulku funkčních hodnot lineární funkce  $f: y = 2x - 3$ :

Tabulka:

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3

Hodnoty  $x$  v prvním řádku jsme zvolili, hodnoty  $y$  v druhém řádku jsme vypočítali. Například pro druhý sloupeček hodnot vypočítáme  $y = 2 \cdot (-2) - 3 = -4 - 3 = -7$



## 2 Cvičení na předpis a hodnoty lineární funkce



Praktické zvládnutí předpisu lineární funkce, procvičení výpočtu funkčních hodnot, zopakování počítání s celými čísly a zlomky



### Cvičení

#### 2.1 Určete hodnoty koeficientů $a, b$ v předpisech lineárních funkcí:

a)  $y = 3x - 2$        $a = \underline{\hspace{2cm}}$        $b = \underline{\hspace{2cm}}$

b)  $y = x - 4$        $a = \underline{\hspace{2cm}}$        $b = \underline{\hspace{2cm}}$

c)  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$        $a = \underline{\hspace{2cm}}$        $b = \underline{\hspace{2cm}}$

d)  $y = 2,5x$        $a = \underline{\hspace{2cm}}$        $b = \underline{\hspace{2cm}}$

e)  $y = 5 - 6x$        $a = \underline{\hspace{2cm}}$        $b = \underline{\hspace{2cm}}$

#### 2.2 Napište předpisy lineárních funkcí, jejichž koeficienty jsou dány:

a)  $a = 2; b = -4$        $\underline{\hspace{4cm}}$

b)  $a = 2; b = -4$        $\underline{\hspace{4cm}}$

c)  $a = 2; b = -4$        $\underline{\hspace{4cm}}$

d)  $a = 2; b = -4$        $\underline{\hspace{4cm}}$

#### 2.3 Doplněte tabulku hodnot lineární funkce

a)  $f: y = -5x - 6$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							

b)  $f: y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							

### 3 Graf lineární funkce



Pochopení pojmu graf lineární funkce a jeho konstrukce

#### Graf lineární funkce

Graf lineární funkce  $f$  je množina všech bodů soustavy souřadnic  $Oxy$ , které splňují rovnici  $f : y = ax + b; x \in \mathbb{R}$ , kde  $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ .



Pro sestavení grafu je nejvýhodnější nejprve vytvořit tabulku jejích hodnot.

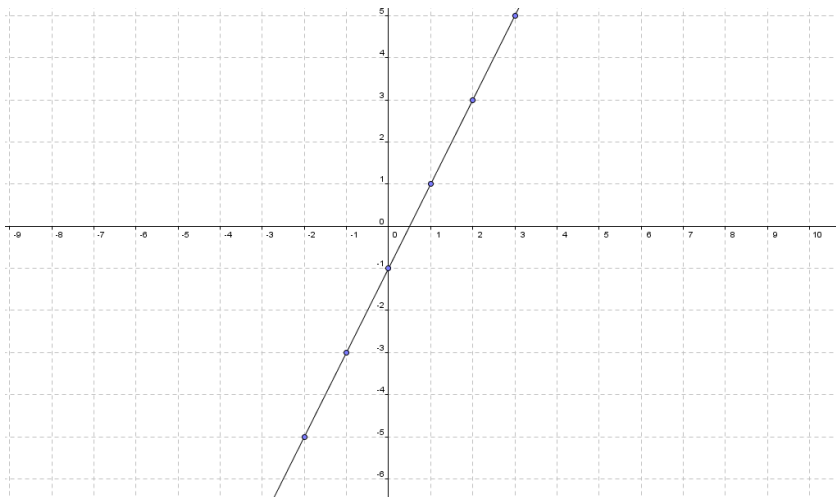


Sestrojte graf funkce  $f : y = 2x - 1$ .

#### Tabulka:

<b>x</b>	-3	-2	-1	0	1	2	3
<b>y</b>	-7	-5	-3	-1	1	3	5

**Graf:** nejprve sestojíme soustavu souřadnic, do ní sestojíme body z tabulky a pak jimi proložíme přímku.



Grafem lineární funkce je **přímka**.



Kolik různých bodů postačuje k sestavení grafu lineární funkce?

#### 4 Graf lineární funkce v tabulkovém procesoru Microsoft Excel™



Zvládnutí sestavení grafu lineární funkce s použitím nástroje tabulkového procesoru „Vložit graf.“

Všechny aplikace kancelářského balíčku Office mají nástroj „Vložit graf,“ je ale potřeba uvědomit si, že v případě „matematických grafů“ je nevhodnější využít tabulkový procesor.

V následujícím příkladu si ukážeme, jak sestavit graf lineární funkce v aplikaci Microsoft Excel™



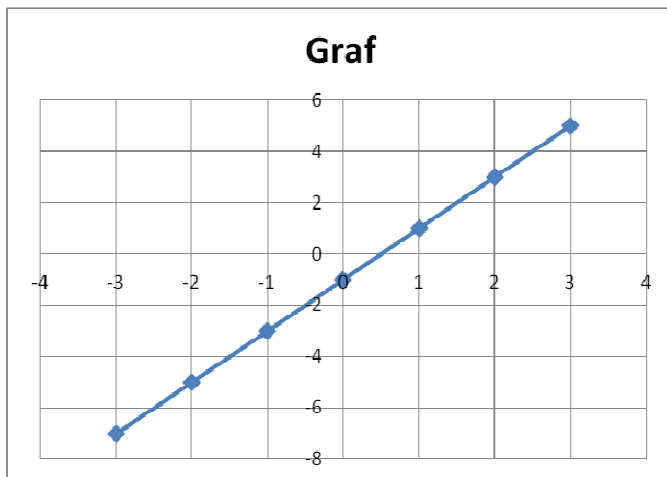
Sestrojte graf funkce  $f : y = 2x - 1$ .

##### Tabulka a graf:

Nejprve vytvoříme tabulku tak, že v prvním řádku zvolíme hodnoty  $x$  vzestupně a do druhého řádku zadáme vzorec „ $=2*$ hodnota  $x$  -1“, pak tabulku „vybereme“ a zvolíme „Vložení/Graf/XY bodový.“

##### Tabulka:

<b>x</b>	-3	-2	-1	0	1	2	3
<b>y</b>	-7	-5	-3	-1	1	3	5



Vzhled grafu si upravte podle vlastního vkusu.



Sešit aplikace Excel má název „1.04-Graf Lin fce-ME.xlsx.“



## 5 Graf lineární funkce v programu Microsoft Mathematics™



Zvládnutí sestavení grafu lineární funkce s použitím nástroje Microsoft Mathematics

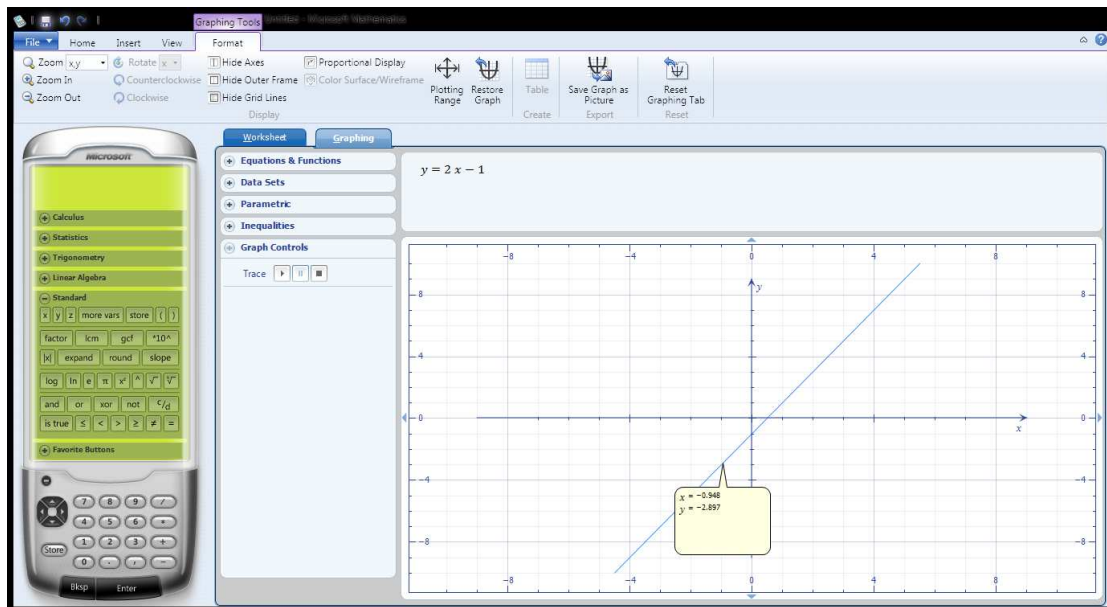
V následujícím příkladu si ukážeme, jak sestavit graf lineární funkce v aplikaci Microsoft Mathematics™



Sestrojte graf funkce  $f : y = 2x - 1$ .

### Graf:

V záložce „Graphing“ zadáme předpis lineární funkce ve tvaru  $y = 2x - 1$  a s použitím tlačítka „Graph“ vygenerujeme graf požadované funkce. Graf je možné přizpůsobit vlastním potřebám a lze také například funkci trasovat- Graph Controls/Trace.



Graf lze exportovat do aplikace Microsoft Word.

Tento nástroj je výhodně použít v případě „složitějších“ matematických úloh.



Dokument aplikace Microsoft Mathematics™ má název „1.05-Graf Lin fce-MM.gcw.“

## 6 Graf lineární funkce v programu SpaceTime™



Zvládnutí sestrojení grafu lineární funkce s použitím nástroje SpaceTime

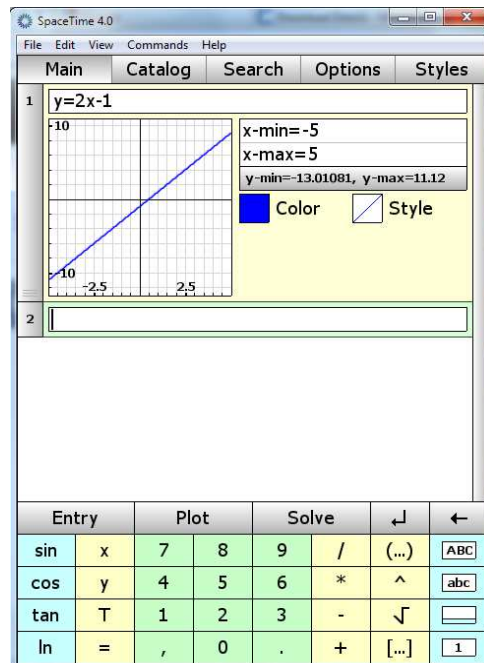
V následujícím příkladu si ukážeme, jak sestrojít graf lineární funkce v aplikaci SpaceTime



Sestrojte graf funkce  $f : y = 2x - 1$ .

### Graf:

Do vstupního řádku zadejte předpis lineární funkce ve tvaru  $y = 2x - 1$  a stiskněte tlačítko „Plot.“



Graf lze poklepáním otevřít v novém okně a v něm lze využít i další funkce, například trasování.

Tento nástroj je výhodné použít v případě „složitějších“ matematických úloh.



Dokument aplikace SpaceTime má název „1.06-Graf Lin fce-ST.st.“

## 7 Graf lineární funkce v programu GeoGebra™



Zvládnutí sestrojení grafu lineární funkce s použitím nástroje GeoGebra

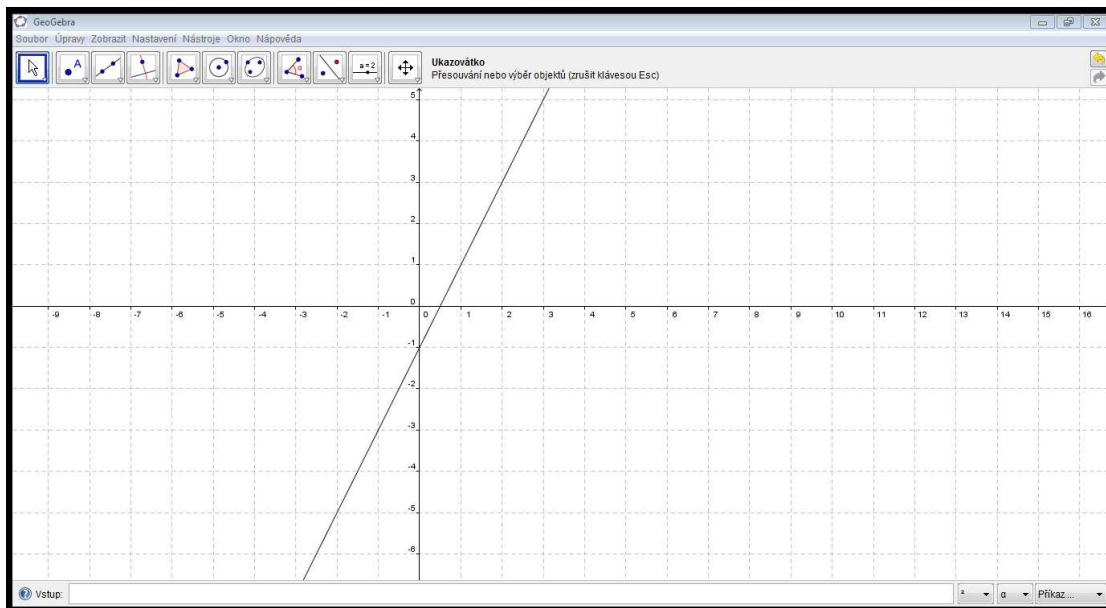
V následujícím příkladu si ukážeme, jak sestrojít graf lineární funkce v aplikaci GeoGebra



Sestrojte graf funkce  $f : y = 2x - 1$ .

### Graf:

Do vstupního řádku zadejte předpis lineární funkce ve tvaru  $y = 2x - 1$  a stiskněte tlačítko Enter.



Graf lze upravit podle potřeb uživatele.

Tento nástroj je výhodné použít v případě „složitějších“ matematických úloh.

## 8 Graf lineární funkce v programu Wolfram Mathematica™



Seznámení s možností sestrojení grafu lineární funkce s použitím nástroje Mathematica

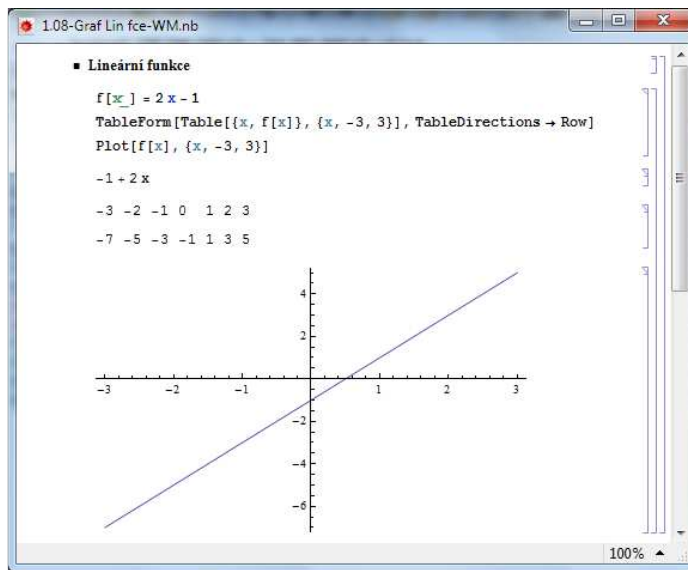
V následujícím příkladu si ukážeme, jak sestrojít graf lineární funkce v aplikaci Mathematica



Sestrojte graf funkce  $f : y = 2x - 1$ .

### Graf:

Zadejte příkazy podle obrázku, stiskněte kombinaci tlačítek Shift+Enter.



Graf lze upravit podle potřeb uživatele.

Tento nástroj je výhodné použít v případě „složitějších“ matematických úloh. Vzhledem k tomu, že aplikace je placená, je tato ukázka zařazena kvůli úplnosti matematického software.



Notebook aplikace Mathematica má název „1.08-Graf Lin fce-WM.nb.“

## 9 Vliv koeficientu $a$ na graf lineární funkce



Odvození vlivu koeficientu  $a$  na graf lineární funkce s použitím počítačové aplikace

Obecný předpis lineární funkce je  $y = ax + b$  a chceme zjistit, jaká vliv má koeficient  $a$  na graf její funkce. Lze to udělat tak, že si narýsujeme graf několika funkcí, ve kterých budeme postupně měnit hodnoty koeficientů, zkusme to ale udělat pomocí počítačových aplikací.

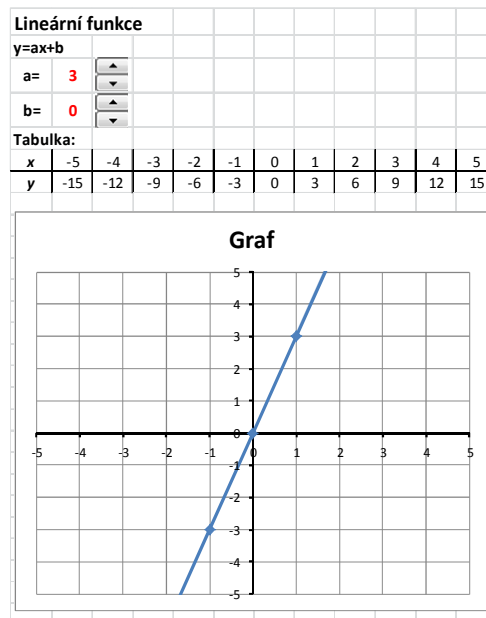
Vliv koeficientu  $a$  budeme zkoumat pomocí sešitu Excel, ve kterém jsme pro tyto účely přidali ovládací prvky „Číselník,“ která nám umožňují měnit hodnoty koeficientů a sledovat, jak se mění graf.



Zkoumání vlivu koeficientu  $a$  na graf lineární funkce

Spusťte si sešit „1.09-Graf Lineární funkce-ME.xlsx,“ nastavte hodnotu koeficientu  $a$  na hodnotu 0 a měňte postupně hodnoty koeficientu  $a$ .

Jak se změní graf?



### Závěr

Koeficient  $a$  mění sklon přímky. Nazývá se **směrnice přímky** a lze jej vyjádřit ze vztahu  $a = \tan \alpha$ , kde  $\alpha$  je směrový úhel přímky, tedy úhel, který svírá přímka s osou  $x$ .

Pojem **směrnice přímky** je v matematice velmi důležitý.

## 10 Vliv koeficientu $b$ na graf lineární funkce



Odvození vlivu koeficientu  $b$  na graf lineární funkce s použitím počítačové aplikace

Obecný předpis lineární funkce je  $y = ax + b$  a chceme zjistit, jaká vliv má koeficient  $b$  na graf její funkce. Lze to udělat tak, že si narýsujeme graf několika funkcí, ve kterých budeme postupně měnit hodnoty koeficientů, zkusme to ale udělat pomocí počítačových aplikací.

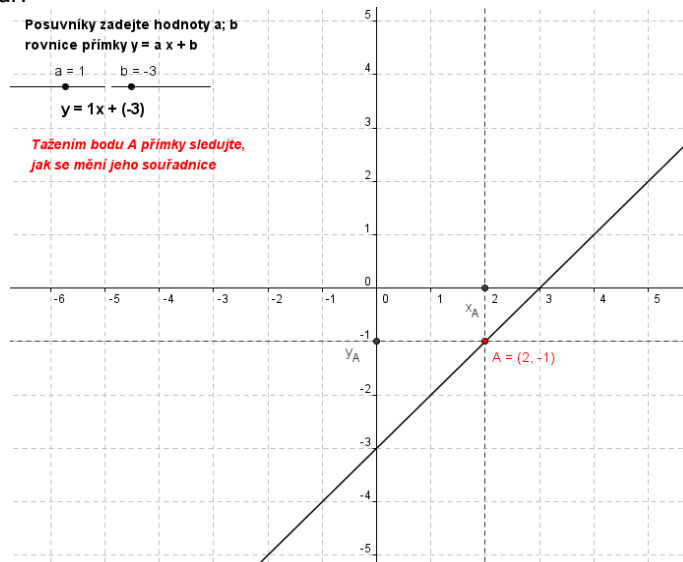
Vliv koeficientu  $b$  budeme zkoumat pomocí dokumentu vytvořeného v aplikaci GeoGebra, ve kterém jsme pro tyto účely vytvořili „posuvníky“, které nám umožňují měnit hodnoty koeficientů a sledovat, jak se mění graf.



Zkoumání vlivu koeficientu  $b$  na graf lineární funkce

Spustíte si dokument „1.10-Graf Lin fce-GG.ggb“, nastavte hodnotu koeficientu  $a$  na hodnotu 1 a měňte postupně hodnoty koeficientu  $b$ .

Jak se změní graf?



### Závěr

Koeficient  $b$  posouvá přímku. Protože je to zároveň i  $y$ -ová souřadnice průsečíku přímky s osou  $y$ , nazývá se **úsek na ose  $y$** .

Koeficient, který v předpisu funkce není součinitelem proměnné  $x$  bude u každé funkce určovat „úsek na ose  $y$ .“

## 11 Lineární rovnice



Pochopení pojmů lineární rovnice, ekvivalentní úpravy a kořen lineární rovnice

### Lineární rovnice

Lineární rovnici o neznámé  $x$  je každá rovnice, kterou můžeme pomocí ekvivalentních úprav

převést na tvar  $ax+b=0$  s jediným kořenem  $x=-\frac{b}{a}$ .  $a, b$  jsou libovolná čísla,  $a \neq 0$ .



V lineární rovnici se nesmí vyskytovat žádná mocnina neznámé  $x$  vyšší než 1.

Výraz  $ax+b$  je lineární dvojčlen.



Řešte rovnici  $3x-1=x+3$

Řešení: Rovnici s použitím ekvivalentních úprav převedeme na tvar  $ax+b=0$  a vyjádříme  $x$ .

$$3x-1=x+3/-x/+1$$

$$3x-x=+3+1$$

$$2x=4/:2$$

$$x=2$$

Rovnice má jediný kořen číslo 2. Zkoušku provedeme dosazením do obou stran rovnice a dostaneme  $5=5$ .



Rovnice je lineární, protože ji umíme upravit na tvar  $2x-4=0$ , kde je na levé straně lineární dvojčlen  $2x-4$ . Jakou souvislost má rovnice  $2x-4=0$  s grafem lineární funkce  $y=2x-4$ ?



Řešte z paměti lineární rovnice:

1.  $x+1=0$

2.  $x-2=0$

3.  $3x+15=0$

4.  $2x-5=0$

5.  $vt+s_0=0$  (s neznámou  $t$ )

## 12 Řešení lineární rovnice v aplikaci Microsoft Mathematics

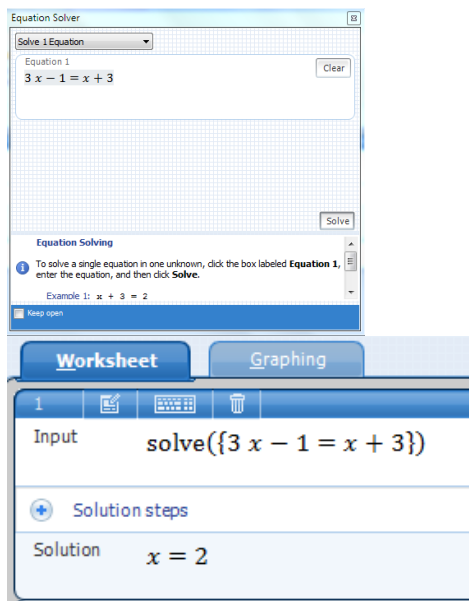


Pochopení počítačového řešení lineární rovnice v aplikaci Microsoft Mathematics



Řešte lineární rovnici  $3x - 1 = x + 3$  v aplikaci Microsoft Mathematics:

V aplikaci Microsoft Mathematics zvolíme „Equation Solver“, zadáme rovnici a klepneme na tlačítko „Solve.“ Dostaneme „Vstup (Input)“ ve formátu Mathematics a „Řešení (Solution).“



Export do aplikace Microsoft Word je následující:

1	(Degrees/Real Numbers)
Input	$\text{solve}(\{3x - 1 = x + 3\})$
Solution 1	$x = 2$

**Závěr:** Rovnice má jediné řešení  $x=2$ .



Zkuste sami experimentovat s různými rovnicemi.



Dokument aplikace Microsoft Mathematics má název „1.12-Lineární rovnice-MM.gcw.“



### 13 Řešení lineární rovnice v aplikaci SpaceTime

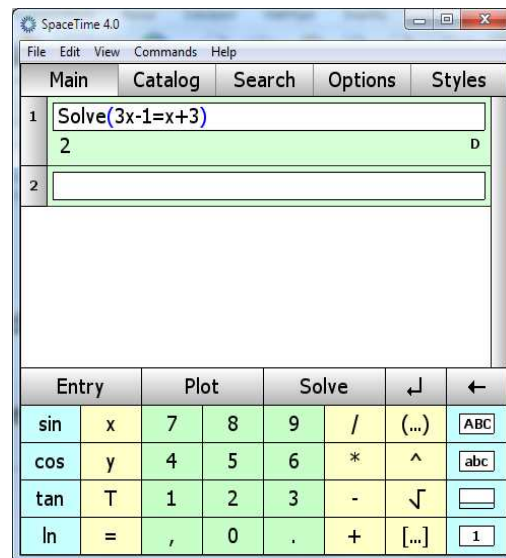


Pochopení počítačového řešení lineární rovnice v aplikaci SpaceTime



Řešte lineární rovnici  $3x-1 = x+3$  v aplikaci SpaceTime:

V aplikaci SpaceTime zadáme příkaz k řešení rovnice ve tvaru „Solve(3x-1=x+3)“ a klepneme na tlačítko „Solve.“ Dostaneme „Výstup: 2.“



**Závěr:** Rovnice má jediné řešení  $x=2$ .



Zkuste sami experimentovat s různými rovnicemi.



Dokument aplikace SpaceTime má název „1.13-Lin rce-ST.st.“

## 14 Lineární nerovnice



Pochopení pojmů lineární nerovnice, ekvivalentní úpravy a množina řešení lineární nerovnice

### Lineární rovnice

Lineární nerovnicí o neznámé  $x$  je každá nerovnice, kterou můžeme pomocí ekvivalentních úprav

$$\text{převést na jeden z tvarů } \left\{ \begin{array}{l} ax + b < 0 \text{ s řešením } x < -\frac{b}{a}; \text{ tedy } \left( -\infty; -\frac{b}{a} \right) \\ ax + b > 0 \text{ s řešením } x > -\frac{b}{a}; \text{ tedy } \left( -\frac{b}{a}; +\infty \right) \\ ax + b \leq 0 \text{ s řešením } x \leq -\frac{b}{a}; \text{ tedy } \left( -\infty; -\frac{b}{a} \right] \\ ax + b \geq 0 \text{ s řešením } x \geq -\frac{b}{a}; \text{ tedy } \left[ -\frac{b}{a}; +\infty \right) \end{array} \right\} \text{ kde } a, b \text{ jsou}$$

libovolná čísla,  $a \neq 0$ .



V lineární nerovnici se nesmí vyskytovat žádná mocnina neznámé  $x$  vyšší než 1. Výraz  $ax + b$  je lineární dvojklen.



Řešte nerovnici  $x + 3 < 3x - 1$

**Řešení:** Použijeme ekvivalentní úpravy nerovnic a dostaneme:

$$\begin{aligned} x + 3 &< 3x - 1 / -3x / -3 \\ x - 3x &< -1 - 3 \\ -2x &< -4 / : (-2) \text{ \{ pozor! dělíme záporným číslem, musíme "otočit" znak nerovnosti \} } \\ x &> 2 \end{aligned}$$

Řešením nerovnice jsou všechna reálná čísla  $x$  větších, než číslo 2, tedy  $x > 2$ . Tuto množinu můžeme zapsat jako interval  $P = (2; +\infty)$ .



Nerovnice je lineární, protože ji umíme upravit na tvar  $-2x + 4 < 0$ , kde je na levé straně lineární dvojklen  $-2x + 4$ . Jakou souvislost má nerovnice  $-2x + 4 < 0$  s grafem lineární funkce  $y = -2x + 4$ ?



Řešte z paměti lineární nerovnice:

1.  $-x + 1 > 0$
2.  $3x - 6 < 0$
3.  $-3x + 15 \geq 0$
4.  $2x - 5 \leq 0$

**Komentář [B1]:** Tady jsem musel využít komentáře: V té červené poznámce Ti chybí uzavřít závorku + poznámka není ve fontu Tahoma, zkus si to opravit...

## 15 Řešení lineární nerovnice v aplikaci Microsoft Mathematics

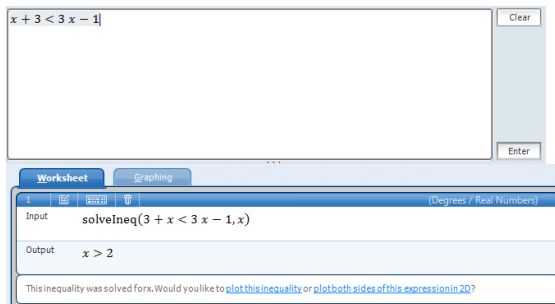


Pochopení počítačového řešení lineární nerovnice v aplikaci Microsoft Mathematics



Řešte lineární nerovnici  $x + 3 < 3x - 1$  v aplikaci Microsoft Mathematics:

V aplikaci Microsoft Mathematics do vstupního pole zadáme nerovnici a klepneme na tlačítko „Enter.“ Dostaneme „Vstup (Input)“ ve formátu Mathematics a „Výstup (Output).“



Export do aplikace Microsoft Word je následující:

1	(Degrees/Real Numbers)
Input	<code>solveIneq(3 + x &lt; 3 x - 1, x)</code>
Output	$x > 2$

**Závěr:** Řešením nerovnice jsou všechna čísla  $x > 2$ , jako interval zapíšeme řešení  $P = (2; +\infty)$ .



Zkuste sami experimentovat s různými nerovnicemi.



Dokument aplikace Microsoft Mathematics má název „1.15-Lin nerce-MM.gcw.“

## 16 Souvislost mezi lineární funkcí, rovnicí a nerovnicí



Pochopení souvislosti mezi lineární funkcí, rovnicí a nerovnicí.



Narýsujte graf funkce  $f: y = 2x - 3$ . S použitím grafu řešte:  
lineární rovnici  $2x - 3 = 0$ ,  
lineární nerovnici  $2x - 3 > 0$ .

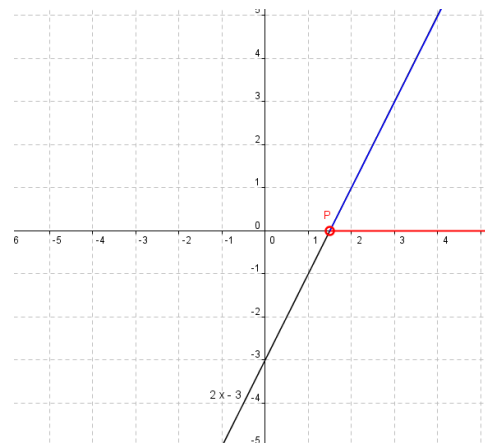
### Řešení:

Sestrojíme graf funkce  $f: y = 2x - 3$  a zjistíme jeho průsečík s osou  $x$  (bod  $P$ ). Je to souřadnice

$$x_p = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Řešením lineární rovnice  $2x - 3 = 0$  je tedy průsečík grafu lineární funkce  $f: y = 2x - 3$  s osou  $x$ , tedy  $x_p = 1,5$

Řešením lineární nerovnice jsou  $x$ -ové **souřadnice** všech bodů přímky, které leží nad osou  $x$ . Jsou to čísla  $x > 1,5$



Znaky nerovnosti tedy „geometricky“ znamenají:

- > je nad osou  $x$
- < je pod osou  $x$
- $\geq$  je nad osou  $x$  nebo na ose  $x$
- $\leq$  je pod osou  $x$  nebo na ose  $x$



Grafem lineární funkce  $y = ax + b$  je přímka.



Řešením lineární rovnice  $ax + b = 0$  je průsečík grafu s osou  $x$ , tedy bod  $x_p = -\frac{b}{a}$



Řešením lineární nerovnice  $ax + b > 0$  jsou  $x$ -ové souřadnice bodů přímky nad osou  $x$ , tedy čísla  $x_p > -\frac{b}{a}$  apod. pro ostatní nerovnosti.



Je jistě zbytečné řešit lineární rovnice a nerovnice takto složitým způsobem, je však důležité tyto souvislosti chápat, abychom je uměli uplatnit pro složitější funkce, rovnice a nerovnice, které jiným způsobem řešit nelze!

## 17 Řešení lineární rovnice a nerovnice v aplikaci Microsoft Mathematics



Pochopení řešení lineární rovnice a nerovnice v aplikaci Microsoft Mathematics.



Řešte lineární rovnici  $2x - 3 = 0$  a lineární nerovnici  $2x - 3 > 0$  s použitím aplikace Microsoft Mathematics.

### Řešení:

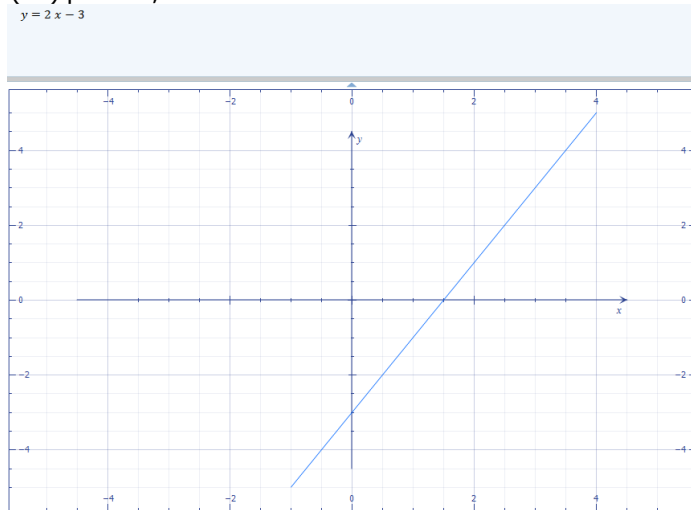
Sestrojíme graf funkce  $f : y = 2x - 3$  a zjistíme jeho průsečík s osou  $x$ . Je to souřadnice

$$x_p = \frac{3}{2} = 1,5$$



Funkci můžeme trasovat- „Trace“ a zjistíme, že funkční hodnoty jsou záporné ( $<0$ ) pro  $x < 1,5$

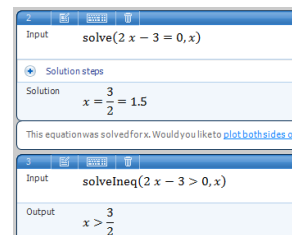
a kladné ( $>0$ ) pro  $x > 1,5$



Řešení rovnice a nerovnice provedeme jejich zadáním aplikaci

Řešením rovnice je průsečík přímky s osou  $x$ , tedy  $x = \frac{3}{2} = 1,5$  a

řešením nerovnice jsou čísla  $x > \frac{3}{2} = 1,5$ .



Dokument aplikace Microsoft Mathematics má název „1.17-Graf Lineární rovnice a nerovnice-MM.gcw.“

## 18 Grafické řešení soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých



Pochopení grafického řešení soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých

Soustavu lineárních rovnic o dvou neznámých můžeme zapsat různým způsobem, pro účely grafického řešení zvolíme tvar:

$$y = a_1x + b_1$$

$$y = a_2x + b_2$$

Řešením soustavy rovnic pak bude uspořádaná dvojice čísel  $[x_p; y_p]$ , tedy  $x$ -ová a  $y$ -ová souřadnice průsečíku  $P$  přímk- grafů lineárních funkcí, pokud existuje.



Řešte graficky soustavu rovnic  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  a  $y = -x - 2$  a řešení ověřte početně.

Řešení: Sestrojíme grafy funkcí  $f: y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  a  $g: y = -x - 2$  a určíme souřadnice jejich průsečíku.

Průsečík  $P$  má souřadnice  $x_p = -3$  a  $y_p = 1$ , tedy soustava rovnic má řešení  $[-3; 1]$ .

b) Soustavu rovnic řešíme porovnávací metodou,

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$y = -x - 2$$

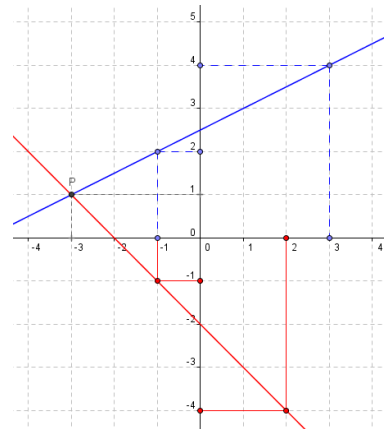
$$\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = -x - 2$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = -x - 2 \quad / \cdot 2$$

$$x + 5 = -2x - 4 \quad / +2x - 5$$

$$3x = -9 \quad / : 3$$

$$x = -3$$



Po dosazení do druhé rovnice dostaneme  $y = -(-3) - 2 = 3 - 2 = 1$

Soustava rovnic má řešení uspořádanou dvojici  $[-3; 1]$ , tím jsme ověřili správnost „grafického řešení.“



Jaké přímky nebudou mít průsečík a jaká potom bude taková soustava rovnic, která nebude mít řešení, nebo naopak nekonečně mnoho řešení?

## 19 Řešení soustavy rovnic v aplikaci Microsoft Mathematics



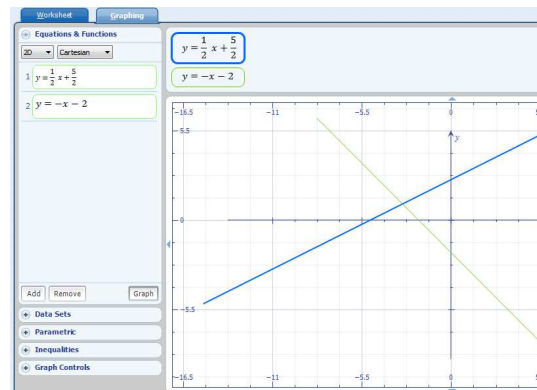
Pochopení algebraického i grafického řešení soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých v aplikaci Microsoft Mathematics.



Řešte početně i graficky soustavu rovnic  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  a  $y = -x - 2$  s použitím aplikace Microsoft Mathematics.

**Řešení početní:** Nejprve zvolíme „Equation solver“ (Řešitel rovnic) a „Solve a System of 2 Equations“ (Řešte soustavu 2 rovnic), zadáme rovnice a klepneme na „Solve.“ Dostaneme:

**Řešení grafické:** Zvolíme Graphing, zadáme funkce a zvolíme „Graph.“




Řešením soustavy rovnic je uspořádaná dvojice čísel  $[-3; 1]$ . Grafické řešení není v tomto případě příliš průkazné.




Dokument aplikace Microsoft Mathematics má název „1.19-Soustava Alg a Gr-MM.gcw.“



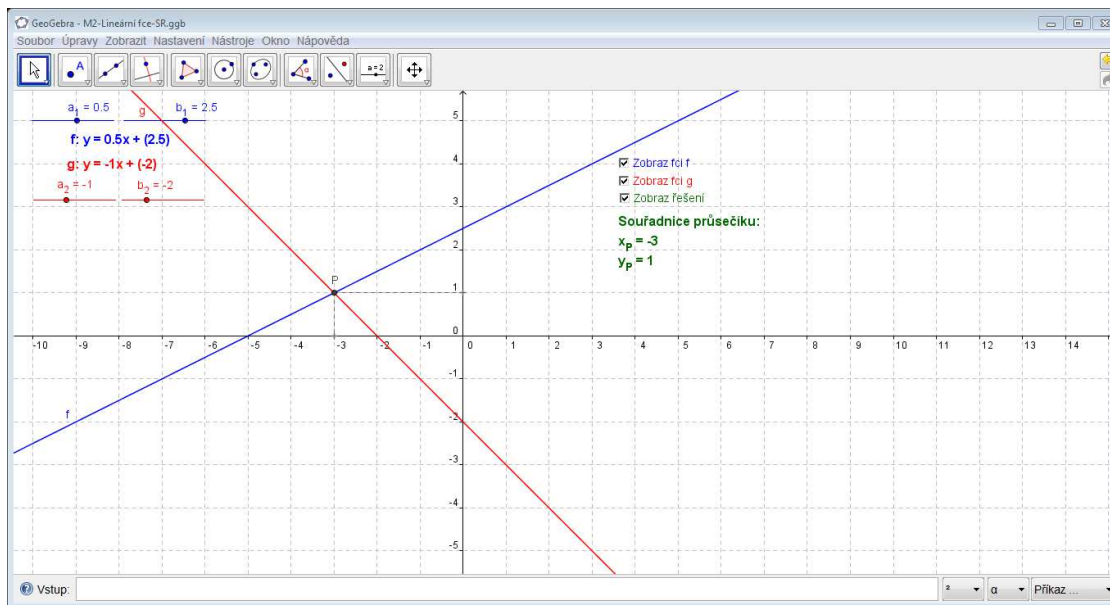
## 20 Řešení soustavy rovnic v aplikaci GeoGebra

 Pochopení grafického řešení soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých v aplikaci GeoGebra.

 Řešte početně i graficky soustavu rovnic  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  a  $y = -x - 2$  s použitím apletu


GeoGebry.

**Řešení:** Spustíte aplikaci GeoGebra a otevřete soubor „1.20-Soustava Alg a Gr-GG.ggb.“ Nastavte hodnoty táhel podle koeficientů jednotlivých rovnic a určete souřadnice průsečíku přímek.



Řešením soustavy rovnic je uspořádaná dvojice čísel  $[-3; 1]$ . Grafické řešení je v tomto případě přesné.

 Vyzkoušejte řešení různých soustav a ověřte hypotézu o počtu jejich řešení.

 Řešte soustavy rovnic

1.  $f: y = -2x - 3$  a  $g: y = x + 3$

2.  $f: y = -2x + 3$  a  $g: y = x - 3$

3.  $f: y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$  a  $g: y = -x - 3$

4.  $f: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  a  $g: y = -x + 3$

5.  $f: y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  a  $g: y = x + 3$

6.  $f: y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$  a  $g: y = x - 3$